

3 Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Nicht umsonst heißen die Naturgesetze
„Gesetze“: Sie sagen um so mehr,
je mehr sie verbieten.

Karl Raimund Popper (1902–1994)

Der 2. Hauptsatz macht Aussagen über die Ausführbarkeit von Prozessen. Wir haben ihn in Abschnitt 1.3.3 allgemein als Prinzip der Irreversibilität formuliert. Danach ist nicht jeder Prozeß ausführbar, und nicht alle Energieumwandlungen, die der 1. Hauptsatz zuläßt, sind möglich. Neben diesen Einschränkungen in der Ausführbarkeit von Prozessen ergeben sich aus dem 2. Hauptsatz Beziehungen zwischen den Zustandsgrößen von reinen Stoffen und Gemischen, nämlich eine enge Verknüpfung von thermischer und kalorischer Zustandsgleichung. Dies hängt mit der aus dem 2. Hauptsatz folgenden Existenz der thermodynamischen Temperatur zusammen, einer universellen, an kein Thermometer gebundenen Temperatur.

Die Aussagen des 2. Hauptsatzes lassen sich quantitativ mit einer neuen Zustandsgröße formulieren, der 1865 von R. Clausius eingeführten Entropie. Wir beginnen daher die folgenden Abschnitte mit der quantitativen Formulierung des 2. Hauptsatzes durch Entropie und thermodynamische Temperatur. Daraus leiten wir die für Prozesse und Energieumwandlungen geltenden einschränkenden Bedingungen her und behandeln dann die ordnenden Beziehungen, die zwischen den Zustandsgrößen einer Phase bestehen. Schließlich führen wir den Exergiebegriff ein; mit ihm lassen sich die für Energieumwandlungen geltenden Einschränkungen des 2. Hauptsatzes besonders einprägsam formulieren und der Einfluß der irdischen Umgebung auf Energieumwandlungen berücksichtigen.

3.1 Entropie und Entropiebilanzen

Ziel der folgenden Abschnitte ist die quantitative Formulierung des 2. Hauptsatzes durch Zustandsgrößen. Hierzu führen wir die Entropie und die thermodynamische Temperatur durch Postulate ein und formulieren die Bilanzgleichungen für die Entropie. Wir wenden sie auf den Wärmeübergang zwischen

zwei Systemen unterschiedlicher Temperatur an und auf die Umwandlung von Wärme in Nutzarbeit durch die Wärmekraftmaschine.

3.1.1 Einführende Überlegungen

Das aus der Erfahrung gewonnene, in Abschnitt 1.3.3 erläuterte Prinzip der Irreversibilität ist eine erste, allgemein gültige Formulierung des 2. Hauptsatzes: *Alle natürlichen Prozesse sind irreversibel*. Es gibt in Natur und Technik keinen Prozeß, der sich in allen seinen Auswirkungen vollständig rückgängig machen läßt. Im Prinzip der Irreversibilität kommt eine Einschränkung in der Richtung und der Ausführbarkeit von Prozessen zum Ausdruck.

Die durch den 2. Hauptsatz verbotene Umkehrung irreversibler Prozesse würde Energieumwandlungen ermöglichen, die außerordentlich vorteilhaft und in ihrem Nutzen mit der Existenz eines perpetuum mobile vergleichbar wären, obwohl dabei der Energieerhaltungssatz erfüllt wird. Man spricht in diesem Zusammenhang vom Verbot des perpetuum mobile 2. Art durch den 2. Hauptsatz, während der 1. Hauptsatz die Existenz einer Maschine verbietet, die Energie aus dem Nichts produziert (perpetuum mobile 1. Art). Um dies zu erläutern, betrachten wir die schon in Abschnitt 2.2.3 behandelte Dissipation von Wellenarbeit in einem Fluid und die Dissipation elektrischer Arbeit in einem elektrischen Leiter, vgl. Abschnitt 2.2.4, als Beispiele typisch irreversibler Energieumwandlungen. Arbeit verwandelt sich bei diesen Prozessen in innere Energie, aber die Umkehrung dieser Prozesse, nämlich die vollständige Rückgewinnung der Arbeit aus der inneren Energie ist nach dem Prinzip der Irreversibilität unmöglich. Man kann zwar das Fluid und den elektrischen Leiter dadurch wieder in ihren Anfangszustand versetzen, daß man ihnen soviel Energie als Wärme entzieht, wie es der erforderlichen Abnahme ihrer inneren Energie entspricht. Die Umkehrung des irreversiblen Prozesses verlangt aber noch die vollständige Umwandlung dieser Wärme in Arbeit, ohne daß sonst eine Änderung eintritt. Eine Einrichtung oder Maschine, die dies bewirken würde, nennt man ein *perpetuum mobile 2. Art*. Es verstößt nicht gegen den 1. Hauptsatz, aber das Prinzip der Irreversibilität verbietet seine Existenz. Die Unmöglichkeit eines perpetuum mobile 2. Art und das Prinzip der Irreversibilität sind somit gleichwertige Formulierungen des 2. Hauptsatzes.

M. Planck [3.1] formulierte 1897 den Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile 2. Art in folgender Weise:

Es ist unmöglich, eine periodisch funktionierende Maschine zu konstruieren, die weiter nichts bewirkt als Hebung einer Last und Abkühlung eines Wärmereservoirs.

Die „periodisch funktionierende Maschine“ erreicht nach Aufnahme der Wärme und Abgabe der Arbeit („Hebung einer Last“) wieder ihren Anfangszustand, so daß die Umwandlung von Wärme in Arbeit ohne sonstige Veränderung vor sich

geht. W. Thomson (Lord Kelvin) hatte dieses Prinzip schon 1851 [3.2] etwas anders ausgedrückt:

It is impossible, by means of inanimate material agency, to derive mechanical effect from any portion of matter by cooling it below the temperature of the coldest of the surrounding objects.

Hierdurch wird insbesondere die Gewinnung von Arbeit aus der inneren Energie der Umgebung ausgeschlossen. Als Beispiel eines solchen durch den 2. Hauptsatz verbotenen Prozesses sei ein Schiff genannt, welches seine Antriebsleistung durch Abkühlen des Meerwassers gewinnt. Wäre dieses Schiff mit einem perpetuum mobile 2. Art ausgerüstet, so müßten nur 478 kg Meerwasser je Sekunde um 5 K abgekühlt werden, um aus dieser Abnahme der inneren Energie eine Wellenleistung von 10 MW zu erhalten.

Man bezeichnet den Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile 2. Art auch als die Planck-Kelvin-Formulierung des 2. Hauptsatzes. Ein perpetuum mobile 2. Art wäre eine sehr nützliche Einrichtung, denn man könnte mit ihm die in der Umgebung (Atmosphäre, Meer- und Flußwasser, Erdreich) gespeicherte innere Energie in nutzbare Arbeit umwandeln. Damit ließen sich alle Energieversorgungsprobleme der Menschheit lösen. Es haben daher immer wieder Erfinder geglaubt, ein perpetuum mobile 2. Art verwirklichen zu können. Leider verbietet ein Naturgesetz, nämlich der 2. Hauptsatz, die Existenz eines perpetuum mobile 2. Art und damit die Umwandlung der kostenlos und in riesigen Mengen zur Verfügung stehenden Umgebungsenergie in Nutzarbeit.

Der 2. Hauptsatz konstatiert eine Unsymmetrie in der Richtung von Energieumwandlungen. Arbeit, andere mechanische Energieformen und elektrische Energie lassen sich ohne Einschränkung vollständig in innere Energie oder Wärme umwandeln. Dagegen ist innere Energie oder Wärme niemals vollständig in Arbeit, mechanische oder elektrische Energie umwandelbar. Diese durch den 2. Hauptsatz eingeschränkte Umwandelbarkeit von Wärme und innerer Energie in Arbeit hat für die Energietechnik große Bedeutung und führt zu einer unterschiedlichen Bewertung der verschiedenen Energieformen. Ein Ziel unserer weiteren Überlegungen wird es sein, quantitative Kriterien für die durch den 2. Hauptsatz eingeschränkte Umwandelbarkeit von Energieformen zu gewinnen, worauf wir in Abschnitt 3.3 ausführlich eingehen.

Hierbei spielt die Betrachtung von reversiblen Prozessen eine besondere Rolle. Reversible Prozesse bilden als idealisierte Grenzfälle der natürlichen irreversiblen Prozesse den Übergang von den möglichen (irreversiblen) Prozessen zu den unmöglichen, durch den 2. Hauptsatz verbotenen Prozessen. Sie setzen eine Grenze für die Ausführbarkeit von Energieumwandlungen. Sie sind günstiger als die verlustbehafteten irreversiblen Prozesse; aber eine noch vorteilhaftere Energieumwandlung als bei einem reversiblen Prozeß ist nach dem 2. Hauptsatz ausgeschlossen, denn dies würde auf die Existenz eines perpetuum mobile 2. Art hinauslaufen. Das Ausmaß der bei einem reversiblen Prozeß gerade erreichbaren Energieumwandlung stellt damit eine

obere Grenze dar und bietet einen Maßstab für die Bewertung von energie-wandelnden Prozessen, indem man das tatsächlich Erreichte an dem mißt, was nach den Naturgesetzen höchstens erreichbar ist.

In Naturwissenschaft und Technik ist man bestrebt, die gefundenen Gesetze in quantitativer Form, nämlich durch mathematische Beziehungen zwischen physikalischen Größen auszudrücken. Wir suchen daher eine allgemein anwendbare quantitative Formulierung des 2. Hauptsatzes. Eine solche ergab sich für den 1. Hauptsatz durch die Einführung der Zustandsgröße (innere) Energie in Verbindung mit den Prozeßgrößen Arbeit und Wärme. Wir wollen auch das Prinzip der Irreversibilität mit einer Zustandsgröße und geeigneten Prozeßgrößen quantitativ formulieren, damit man mit dem 2. Hauptsatz in gleicher Weise „rechnen“ kann wie mit dem 1. Hauptsatz. Die gesuchten Größen sollen es ermöglichen, den Richtungssinn der natürlichen Prozesse quantitativ zu beschreiben, reversible, irreversible und unmögliche Prozesse zu unterscheiden sowie ein Maß für die Irreversibilität eines Prozesses zu liefern, mit dem seine Abweichung vom Ideal des reversiblen Prozesses gemessen werden kann.

Die gesuchte Zustandsgröße hat R. Clausius eingeführt und 1865 als *Entropie* bezeichnet [3.3]. Ihre Herleitung aus dem Prinzip der Irreversibilität, aus dem Verbot des perpetuum mobile 2. Art oder aus einer anderen Formulierung des 2. Hauptsatzes, vgl. Abschnitt 1.3.3, ist eine reizvolle, aber langwierige Aufgabe. Im Verlauf der historischen Entwicklung der Thermodynamik haben verschiedene Forscher unterschiedliche Wege eingeschlagen, um aus einer der qualitativen Formulierungen des 2. Hauptsatzes die Existenz der Zustandsgröße Entropie und ihre Eigenschaften herzuleiten. Wir wollen keinen dieser Schritte nachvollziehen, sondern werden, wie bei der Formulierung des 1. Hauptsatzes in Abschnitt 2.1.2, die Entropie mit ihren wichtigsten Eigenschaften durch Postulate einführen. Wir zeigen dann, daß die so definierte Entropie alle Erfahrungstatsachen, die mit dem 2. Hauptsatz zusammenhängen, in systematischer Weise quantitativ erfaßt. Insbesondere werden wir Kriterien zur Unterscheidung irreversibler, reversibler und nicht ausführbarer Prozesse erhalten und in der bei einem irreversiblen Prozeß erzeugten Entropie das gesuchte Irreversibilitätsmaß finden. Es hängt mit den Energieverlusten des irreversiblen Prozesses zusammen, genauer mit der Einbuße an gewinnbarer Nutzarbeit oder mit dem Mehraufwand an zuzuführender Arbeit gegenüber dem Idealfall des reversiblen Prozesses.

Wie der 1. Hauptsatz in einer Energiebilanz zum Ausdruck kommt, so führt der 2. Hauptsatz zu einer Entropiebilanz. Sie unterscheidet sich von der Energiebilanz durch einen Quellterm. Es gibt keinen Entropieerhaltungssatz; vielmehr kennzeichnet die Produktion von Entropie die Irreversibilität eines Prozesses. Dem Verbot, Entropie zu vernichten, entspricht die Unmöglichkeit, irreversible Prozesse umzukehren.

Der Leser, der die Konstruktion der Entropie aufgrund einer qualitativen Formulierung des 2. Hauptsatzes vermißt, sei auf frühere Auflagen dieses Buches verwiesen, [3.4]. Dort wurde versucht, die Entropie unter möglichst wenigen

zusätzlichen Annahmen aus dem Prinzip der Irreversibilität zu gewinnen. Die meisten Lehrbücher der Thermodynamik enthalten derartige Herleitungen, wobei oft eine andere qualitative Formulierung des 2. Hauptsatzes zum Ausgangspunkt gewählt wird. Die klassische Herleitung der Entropie aus dem Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile 2. Art hat M. Planck in seinem berühmten Lehrbuch [1.7] behandelt.

3.1.2 Die Formulierung des 2. Hauptsatzes durch Entropie und thermodynamische Temperatur

Zur quantitativen Formulierung des 2. Hauptsatzes führen wir die Entropie durch die folgenden Postulate ein. Sie begründen die Existenz dieser Zustandsgröße, legen ihre Eigenschaften und ihre Beziehung zur thermodynamischen Temperatur fest und bilden die Grundlage ihrer Berechnung. In dieser Formulierung lautet der *2. Hauptsatz der Thermodynamik*:

1. Jedes System besitzt eine extensive Zustandsgröße *Entropie* S .
2. Die Entropie eines Systems ändert sich
 - durch *Wärmetransport* über die Systemgrenze,
 - durch *Materietransport* über die Systemgrenze,
 - durch *Entropieerzeugung* infolge irreversibler Prozesse im Inneren des Systems.
3. Mit dem Wärmestrom \dot{Q} geht der Entropiestrom

$$\dot{S}_Q = \frac{\dot{Q}}{T} \quad (3.1)$$

über die Systemgrenze. Dabei ist T eine intensive Zustandsgröße, die *thermodynamische Temperatur* an der Stelle der Systemgrenze, an der \dot{Q} übergeht. Die thermodynamische Temperatur ist eine universelle, nicht negative Temperatur.

4. Die durch irreversible Prozesse im Inneren des Systems erzeugte Entropie ist positiv; sie verschwindet nur für reversible Prozesse des Systems.

Wir erläutern nun die einzelnen Aussagen des 2. Hauptsatzes und leiten daraus erste Folgerungen her.

Die Entropie ist als extensive Zustandsgröße definiert. Besteht ein System aus Teilsystemen A, B, C, ... mit den Entropien S_A, S_B, S_C, \dots , so gilt für die Entropie des (Gesamt-)Systems

$$S = S_A + S_B + S_C + \dots$$

Dividiert man die Entropie einer Phase durch ihre Masse, so erhält man die *spezifische Entropie*

$$s := S/m$$

der Phase. Nach Gl.(3.1) hat der Entropiestrom \dot{S}_Q die Dimension Energie-

strom/Temperatur; somit hat die Entropie S die Dimension Energie/Temperatur. Daher ist die Entropieeinheit J/K, die Einheit der spezifischen Entropie J/(kg K) und die Einheit des Entropiestroms J/(s K) = W/K.

Die Aussagen des 2. Hauptsatzes über die Änderung der Entropie ermöglichen es, für jeden Prozeß eine *Entropiebilanzgleichung* aufzustellen. Wir behandeln zunächst geschlossene Systeme und schließen damit eine Entropieänderung durch Materietransport über die Systemgrenze aus. Die Entropiebilanzgleichung offener Systeme leiten wir in Abschnitt 3.1.6 her.

Wir betrachten ein Zeitintervall $\Delta\tau$ eines Prozesses. Die Entropie des geschlossenen Systems ändert sich um $S(\tau + \Delta\tau) - S(\tau)$, weil während $\Delta\tau$ Wärme über die Systemgrenze geht und mit ihr die Entropie ΔS_Q . Außerdem wird die Entropie ΔS_{irr} durch irreversible Prozesse im Systeminneren erzeugt. Es gilt somit

$$S(\tau + \Delta\tau) - S(\tau) = \Delta S_Q + \Delta S_{\text{irr}} . \quad (3.2)$$

Wir dividieren Gl.(3.2) durch $\Delta\tau$ und bilden die Grenzwerte für $\Delta\tau \rightarrow 0$:

$$\frac{dS}{d\tau} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{S(\tau + \Delta\tau) - S(\tau)}{\Delta\tau} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta S_Q}{\Delta\tau} + \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta S_{\text{irr}}}{\Delta\tau} .$$

Die beiden Grenzwerte auf der rechten Seite dieser Gleichung definieren zwei zeitabhängige Prozeßgrößen, nämlich den *Entropietransportstrom*

$$\dot{S}_Q(\tau) := \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta S_Q}{\Delta\tau}$$

und den *Entropieproduktionsstrom*

$$\dot{S}_{\text{irr}}(\tau) := \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta S_{\text{irr}}}{\Delta\tau} .$$

Diese Prozeßgrößen erfassen quantitativ den Entropiestrom, der mit Wärme über die Systemgrenze fließt, und den im Inneren des Systems erzeugten Entropiestrom; sie bestimmen die zeitliche Änderung der Entropie S des Systems. Damit erhalten wir die Entropiebilanzgleichung

$$\frac{dS}{d\tau} = \dot{S}_Q(\tau) + \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) . \quad (3.3)$$

Der Wärmestrom \dot{Q} und der mit ihm über die Systemgrenze transportierte Entropiestrom \dot{S}_Q sind nach Gl.(3.1) durch eine Zustandsgröße des Systems, die *thermodynamische Temperatur* T verknüpft. Die thermodynamische Temperatur ist keine empirische Temperatur, denn sie wird nicht durch die Eigenschaften eines Thermometers, sondern durch den universell gültigen Zusammenhang zwischen Wärmestrom und dem von ihm mitgeführten Entropietransportstrom nach Gl.(3.1) festgelegt. Daß die so durch den 2. Hauptsatz definierte thermodynamische Temperatur alle Eigenschaften besitzt, die man

mit dem Temperaturbegriff verbindet, zeigen wir in Abschnitt 3.1.4; auf ihre Messung gehen wir in Abschnitt 3.2.2 ein.

Nach dem 2. Hauptsatz wird T niemals negativ; somit hat die thermodynamische Temperatur einen naturgesetzlich bestimmten Nullpunkt, der oft als absoluter Nullpunkt der Temperatur bezeichnet wird. Ob diese tiefste Temperatur $T = 0$ erreicht werden kann, läßt der 2. Hauptsatz allerdings offen. Aus dem 3. Hauptsatz der Thermodynamik folgt aber, daß sich Zustände mit $T = 0$ nicht erreichen lassen, vgl. Abschnitt 5.5.4. Wir setzen daher $T > 0$ voraus. Damit haben $\dot{Q}(\tau)$ und $\dot{S}_Q(\tau)$ das gleiche Vorzeichen. Wärme und transportierte Entropie „strömen“ stets in dieselbe Richtung. In der Gleichung

$$\dot{S}_Q(\tau) = \frac{\dot{Q}(\tau)}{T} \quad (3.4)$$

bedeutet T die thermodynamische Temperatur jener Stelle des Systems, an der der Wärmestrom \dot{Q} die Systemgrenze überschreitet, Abb. 3.1. Im Verlauf eines Prozesses kann sich auch T mit der Zeit ändern. Um die Schreibweise durchsichtiger zu halten, haben wir dies in Gl.(3.4) nicht ausdrücklich vermerkt und anstelle von $T(\tau)$ einfach T geschrieben.

Für ein System, dessen Grenzen mehrere Wärmeströme überqueren, Abb. 3.2, ist Gl.(3.4) allgemeiner zu formulieren. Da jeder Wärmestrom \dot{Q}_i von einem Entropiestrom \dot{Q}_i/T_i begleitet wird, erhalten wir für den gesamten Entropietransportstrom

$$\dot{S}_Q = \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_i} . \quad (3.5)$$

Hierbei bedeutet T_i die thermodynamische Temperatur an jener Stelle der Systemgrenze, an der der Wärmestrom \dot{Q}_i übertragen wird. Durch Entropietransport kann ein System Entropie erhalten ($\dot{S}_Q > 0$) oder abgeben ($\dot{S}_Q < 0$) in der gleichen Weise, wie es Energie durch Wärmetransport erhält oder abgibt. Die transportierte Entropie kann auch null sein; dies ist stets beim adiabaten System der Fall, denn dann sind in Gl.(3.5) alle $\dot{Q}_i \equiv 0$.

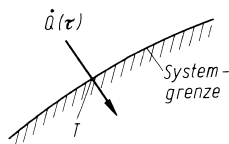


Abb. 3.1. Zur Erläuterung von Gl.(3.4)

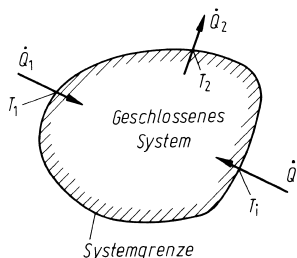


Abb. 3.2. Geschlossenes System, dessen Grenze mehrere Wärmeströme überqueren

Entropie kann nur mit Wärme bzw. mit einem Wärmestrom über die Grenze eines geschlossenen Systems transportiert werden. Arbeit bzw. mechanische oder elektrische Leistung wird niemals von Entropie oder einem Entropiestrom begleitet. Die bei der Formulierung des 1. Hauptsatzes vorgenommene Unterscheidung zwischen Wärme und Arbeit bzw. zwischen Wärmestrom und mechanischer (oder elektrischer) Leistung findet ihre tiefere Begründung erst durch den 2. Hauptsatz: *Der Energietransport als Wärme ist von einem Entropietransport begleitet; der als Arbeit bezeichnete Energietransport über die Systemgrenze geschieht dagegen entropielos.*

Während die mit Wärme transportierte Entropie keinen Einschränkungen hinsichtlich ihres Vorzeichens unterliegt – es richtet sich wegen $T > 0$ nach dem Vorzeichen des Wärmestroms –, gibt es für die im Systeminneren erzeugte Entropie eine entscheidende Einschränkung: Für den Entropieproduktionsstrom, den man auch als *Entropieerzeugungsrate* bezeichnet, gilt

$$\dot{S}_{\text{irr}}(\tau) \begin{cases} > 0 & \text{für irreversible Prozesse} \\ = 0 & \text{für reversible Prozesse.} \end{cases}$$

Bei allen irreversiblen (natürlichen) Prozessen wird Entropie erzeugt; nur im Grenzfall des reversiblen Prozesses verschwindet die Entropieerzeugungsrate. Eine Vernichtung von Entropie ist unmöglich. Durch diese Einschränkung kommt die Unsymmetrie in der Richtung aller wirklich ablaufenden Prozesse zum Ausdruck. Die erzeugte Entropie ist ein Maß für die Irreversibilität eines Vorgangs. Mit ihrer Hilfe kann man entscheiden, ob ein Prozeß reversibel, irreversibel oder unmöglich ist und wie weit er sich vom Ideal des reversiblen Prozesses entfernt.

Beispiel 3.1. Der im Beispiel 2.3 behandelte elektrische Leiter, der von einem zeitlich konstanten Gleichstrom durchflossen wird, werde durch Kühlung auf der Temperatur $T = 295 \text{ K}$ gehalten. Man zeige, daß dieser Prozeß irreversibel ist.

In Beispiel 2.3 erhielten wir für den abzuführenden Wärmestrom $\dot{Q} = -P_{\text{el}} = -111,7 \text{ W}$, wobei P_{el} die zugeführte und im Leiter als Folge seines elektrischen Widerstands dissipierte elektrische Leistung ist. Um zu zeigen, daß ein irreversibler Prozeß abläuft, berechnen wir aus der Entropiebilanzgleichung

$$\frac{dS}{d\tau} = \dot{S}_{\text{Q}}(\tau) + \dot{S}_{\text{irr}}(\tau)$$

den Entropieproduktionsstrom \dot{S}_{irr} . Da der Prozeß stationär ist, ändert sich die Entropie S des Leiters nicht mit der Zeit: $dS/d\tau = 0$. Deswegen muß der Entropieproduktionsstrom \dot{S}_{irr} kontinuierlich als Entropietransportstrom \dot{S}_{Q} mit dem Wärmestrom \dot{Q} abgeführt werden. Es ergibt sich

$$\dot{S}_{\text{irr}} = -\dot{S}_{\text{Q}} = -\frac{\dot{Q}}{T} = \frac{P_{\text{el}}}{T} = \frac{111,7 \text{ W}}{295 \text{ K}} = 0,379 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

also $\dot{S}_{\text{irr}} > 0$: Der Prozeß ist irreversibel. Dies bestätigt unsere Erfahrung, vgl. Abschnitt 2.2.4, wonach die Umkehrung des Prozesses, nämlich die Zufuhr eines

Wärmestroms unter Umwandlung in elektrische Leistung, noch nie beobachtet wurde und uns geradezu absurd erscheint.

Der durch die Dissipation der elektrischen Leistung P_{el} erzeugte Entropiestrom \dot{S}_{irr} wird bei festem P_{el} mit steigender Temperatur T kleiner, obwohl der Prozeß der Dissipation unabhängig von der Temperatur des Leiters stattfindet. Durch die Dissipation wird P_{el} in einen Wärmestrom \dot{Q} umgewandelt, dessen Betrag unabhängig von T mit der dissipierten Leistung P_{el} übereinstimmt; aber die „Qualität“ des Wärmestroms nimmt mit steigender Temperatur zu. Wie wir in Abschnitt 3.1.5 zeigen werden, läßt sich ein mit steigendem T zunehmender Anteil von \dot{Q} wieder in (mechanische oder elektrische) Leistung umwandeln. Daher ist die Irreversibilität des Dissipationsprozesses, gemessen an ihren Folgen, umso kleiner, je höher die Temperatur T ist, bei der dieser irreversible Prozeß stattfindet. Die dissipierte elektrische Leistung ist noch nicht vollständig als Verlust zu werten, sondern nur in dem Maße, wie der durch die Dissipation erzeugte Wärmestrom nicht mehr in eine Nutzleistung zurückverwandelt werden kann.

3.1.3 Die Entropiebilanzgleichung für geschlossene Systeme

Mit den im letzten Abschnitt eingeführten und erläuterten Prozeßgrößen hat die Entropiebilanzgleichung eines geschlossenen Systems die Gestalt

$$\frac{dS}{d\tau} = \dot{S}_{\text{Q}}(\tau) + \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) \geq 0. \quad (3.6)$$

Die Entropie S eines geschlossenen Systems ändert sich infolge zweier verschiedener Ursachen: durch den an Wärme gekoppelten Transport von Entropie über die Systemgrenze und die Erzeugung von Entropie durch irreversible Prozesse im Systeminneren. Somit gibt es keinen allgemein gültigen Entropie-Erhaltungssatz. Nur im reversiblen Grenzfall ($\dot{S}_{\text{irr}} = 0$) bleibt die Entropie erhalten. Die Entropie eines geschlossenen Systems kann auch abnehmen, aber nur dadurch, daß das System Wärme und damit Entropie abgibt, $\dot{S}_{\text{Q}} < 0$.

Der Entropietransportstrom $\dot{S}_{\text{Q}}(\tau)$ ergibt sich aus den Wärmeströmen $\dot{Q}_i(\tau)$, welche die Systemgrenze überqueren, und den dort herrschenden thermodynamischen Temperaturen T_i , vgl. Abb. 3.2, zu

$$\dot{S}_{\text{Q}}(\tau) = \sum_i \frac{\dot{Q}_i(\tau)}{T_i}.$$

Geht nur ein Wärmestrom über die Systemgrenze, so enthält diese Summe nur einen Term. Ist das geschlossene System eine *Phase*, so ist ihre Temperatur an allen Stellen und auch auf der Systemgrenze gleich. Alle Entropietransportströme haben denselben Nenner; man kann alle Wärmeströme zusammenfassen und erhält

$$\dot{Q}(\tau) = \sum_i \dot{Q}_i(\tau) = \dot{Q}_{\text{rev}}(\tau),$$

weil eine Phase nur reversible Prozesse ausführen kann. Daraus ergeben sich

die einfachen, aber nur für Phasen gültigen Gleichungen

$$\dot{S}_Q(\tau) = \frac{\dot{Q}_{\text{rev}}(\tau)}{T} \quad \text{und} \quad \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) = 0. \quad (3.7)$$

Hierin ist $T = T(\tau)$ die räumlich konstante, aber sich mit der Zeit ändernde thermodynamische Temperatur der Phase.

Wir betrachten nun einen Prozeß, der ein System vom Anfangszustand 1 (zur Zeit τ_1) in den Endzustand 2 (zur Zeit τ_2) führt. Dabei soll nur *ein* Wärmestrom $\dot{Q}(\tau)$ über die Systemgrenze fließen. Integriert man

$$\frac{dS}{d\tau} = \frac{\dot{Q}(\tau)}{T} + \dot{S}_{\text{irr}}(\tau)$$

von τ_1 bis τ_2 , so erhält man für die Entropieänderung des Systems

$$S_2 - S_1 = S(\tau_2) - S(\tau_1) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\dot{Q}(\tau)}{T} d\tau + S_{12}^{\text{irr}}, \quad (3.8)$$

wobei die während des Prozesses erzeugte Entropie mit

$$S_{12}^{\text{irr}} := \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) d\tau \geq 0$$

bezeichnet wurde. Um das in Gleichung (3.8) auftretende Integral über den Entropietransportstrom zu berechnen, muß man den zeitlichen Verlauf des übergehenden Wärmestroms $\dot{Q}(\tau)$ und der thermodynamischen Temperatur $T = T(\tau)$ an der Stelle des Wärmeübergangs kennen. Nur wenn hier $T = T_1 = T_2 = \text{const}$ ist, erhält man das einfache Ergebnis Q_{12}/T für die über die Systemgrenze transportierte Entropie.

Wir behandeln nun zwei Sonderfälle der Entropiebilanzgleichung (3.6), indem wir uns einmal auf adiabate Systeme beschränken und zum anderen stationäre Prozesse betrachten. Wir erhalten dadurch für die Anwendungen wichtige und besonders einprägsame Aussagen des 2. Hauptsatzes, die uns auch mit den Eigenschaften der Entropie vertrauter machen.

Für *adiabate Systeme* nimmt die Entropiebilanzgleichung (3.6) die einfache Form

$$\left(\frac{dS}{d\tau} \right)_{\text{adiabat}} = \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) \geq 0 \quad (3.9)$$

an. Da der Entropietransportstrom $\dot{S}_Q \equiv 0$ ist, kann sich die Entropie eines adiabaten Systems nur durch Entropieerzeugung als Folge irreversibler Prozesse ändern. Somit folgt aus dem 2. Hauptsatz:

Die Entropie eines geschlossenen adiabaten Systems kann nicht abnehmen. Sie nimmt bei irreversiblen Prozessen zu und bleibt nur bei reversiblen Prozessen konstant.

Bei einem adiabaten System ist die erzeugte Entropie gleich der Entropieänderung des Systems. Integration von Gl.(3.9) liefert hierfür

$$(S_2 - S_1)_{\text{adiabat}} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) d\tau = S_{12}^{\text{irr}} \geq 0 .$$

Durchläuft das adiabate System einen reversiblen Prozeß, so bleibt seine Entropie wegen $\dot{S}_{\text{irr}}(\tau) \equiv 0$ konstant. Es gilt $S_2 = S_1$ oder $dS = 0$. Eine Zustandsänderung, bei der die Entropie konstant bleibt, heißt nach J.W. Gibbs [3.5] *isentrope Zustandsänderung*; die zugehörige Zustandslinie ist die *Isentrope* $S = \text{const}$.

Will man bei der Aufstellung einer Entropiebilanzgleichung die Berechnung von Entropietransportströmen vermeiden, so faßt man zwei oder mehrere Systeme, zwischen denen Entropie mit Wärme transportiert wird, zu einem *adiabaten Gesamtsystem* zusammen. Jedes seiner Teilsysteme A, B, C, ... erfährt dann bei einem Prozeß $1 \rightarrow 2$ eine bestimmte Entropieänderung

$$\Delta S_K = S_{K2} - S_{K1} , \quad K = A, B, C, \dots .$$

Sie kann positiv, negativ oder auch gleich null sein. Die Summe der Entropieänderungen aller Teilsysteme ist gleich der Entropieänderung

$$(S_2 - S_1)_{\text{adiabat}} = \sum_K \Delta S_K = S_{12}^{\text{irr}} \geq 0$$

des adiabaten Gesamtsystems. Sie stimmt mit der beim Prozeß erzeugten Entropie überein, ist nicht negativ und verschwindet nur für den reversiblen Prozeß.

Wir wenden nun die Entropiebilanzgleichung auf ein geschlossenes System an, das einen zeitlich *stationären Prozeß* ausführt. Dem System werden mehrere Wärmeströme \dot{Q}_i zugeführt oder entzogen. Sie hängen nun nicht von der Zeit ab, sondern sind konstante Größen wie die Temperaturen T_i an den Stellen der Systemgrenze, an denen die Wärmeströme übergehen. Auch die Entropie des Systems ändert sich nicht mit der Zeit. Daher gilt die Entropiebilanzgleichung

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_i} + \dot{S}_{\text{irr}} = 0 ;$$

jeder Entropietransportstrom \dot{Q}_i/T_i und der Entropieproduktionsstrom \dot{S}_{irr} sind dabei konstante Größen. Für den Entropieproduktionsstrom erhalten wir

$$\dot{S}_{\text{irr}} = - \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_i} \geq 0 . \quad (3.10)$$

Damit die Entropie des Systems konstant bleibt, muß die in das System mit Wärme einströmende und die im System durch irreversible Prozesse erzeugte Entropie mit Wärme über die Systemgrenze abgeführt werden. Unter den Wärmeströmen \dot{Q}_i , die die Systemgrenze überqueren und zur Summe in Gl.(3.10) beitragen, muß wenigstens ein Wärmestrom negativ und in seinem Betrag so groß sein, daß sich ein nicht negativer Entropieproduktionsstrom ergibt, wie es der 2. Hauptsatz verlangt.

Aus Gl.(3.10) lassen sich mehrere technisch wichtige Folgerungen herleiten, von denen wir hier die bereits in Abschnitt 3.1.1 erwähnte *Unmöglichkeit des perpetuum mobile 2. Art* behandeln. Ein perpetuum mobile 2. Art ist eine stationär arbeitende Einrichtung, die einen Wärmestrom aufnimmt und eine im Betrag gleich große mechanische oder elektrische Leistung abgibt. Man sagt auch, ein perpetuum mobile 2. Art verwandle einen Wärmestrom vollständig in eine mechanische oder elektrische Leistung. Dies widerspricht nicht dem 1. Hauptsatz, denn aus

$$\frac{dU}{d\tau} = \dot{Q} + P = 0$$

erhält man für die gewonnene Leistung

$$-P = \dot{Q}.$$

Es wird also nicht etwa mechanische Leistung aus nichts erzeugt – eine solche Einrichtung bezeichnet man als perpetuum mobile 1. Art –, sondern eine Energieform (Wärme) wird unter Beachtung des Energieerhaltungssatzes in eine andere (Arbeit) umgewandelt. Diese Energieumwandlung wäre sehr vorteilhaft; denn man könnte die in der Umgebung gespeicherte Energie in Nutzarbeit oder elektrische Energie verwandeln, indem man ihr den Wärmestrom \dot{Q} entzieht, vgl. die Ausführungen in Abschnitt 3.1.1.

Das perpetuum mobile 2. Art ist jedoch nach dem 2. Hauptsatz unmöglich, denn es müßte den mit dem zugeführten Wärmestrom zufließenden Entropie-transportstrom vernichten. Es ist ja kein abfließender Wärme- bzw. Entropie-transportstrom vorhanden, der die zugeführte und die erzeugte Entropie abtransportiert. Der einer stationär arbeitenden Anlage zugeführte Wärmestrom läßt sich daher nicht vollständig in eine mechanische oder elektrische Nutzleistung umwandeln.

Will man überhaupt eine kontinuierliche Umwandlung von Wärme in Arbeit erreichen, so müssen die mit dem Wärmestrom \dot{Q} zugeführte und die in der Anlage erzeugte Entropie durch einen Abwärmestrom $\dot{Q}_0 < 0$ kontinuierlich abgeführt werden. Der zugeführte Wärmestrom läßt sich also nur zum Teil in Nutzleistung umwandeln, ein Teil des Wärmestroms muß als Abwärmestrom wieder abgegeben werden. Diese Einschränkung, die der 2. Hauptsatz der Umwandlung von Wärme durch eine sogenannte Wärmekraftmaschine auferlegt, behandeln wir ausführlich in Abschnitt 3.1.5.

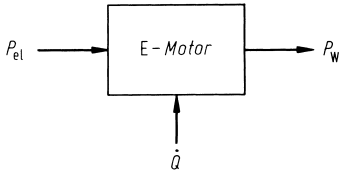


Abb. 3.3. Elektromotor und schematische Darstellung der Energieströme

Beispiel 3.2. Ein Elektromotor hat die Aufgabe, eine Wellenleistung P_W abzugeben. Zu seinem Antrieb wird die elektrische Leistung P_{el} zugeführt. Man untersuche den stationären Betrieb eines Elektromotors durch Anwenden der beiden Hauptsätze und berücksichtige dabei, daß ein Wärmestrom \dot{Q} zu- oder abgeführt werden kann.

In Abb. 3.3 sind die Energieströme, die die Grenze des geschlossenen Systems „Elektromotor“ überschreiten, schematisch dargestellt. Diese Energieströme sind zeitlich konstant. Die Leistungsbilanz ergibt

$$\frac{dU}{d\tau} = \dot{Q} + P_W + P_{el} = 0.$$

Daraus erhalten wir für die abgegebene Wellenleistung

$$-P_W = P_{el} + \dot{Q}.$$

Danach könnte man die abgegebene Wellenleistung dadurch steigern, daß man den Elektromotor beheizt, ihm also einen Wärmestrom zuführt ($\dot{Q} > 0$).

Wie eine Entropiebilanzgleichung zeigt, verbietet jedoch der 2. Hauptsatz diese günstigste Art der Leistungssteigerung. Es gilt

$$\frac{dS}{d\tau} = \dot{S}_Q + \dot{S}_{irr} = 0.$$

Da nur ein Wärmestrom die Systemgrenze überschreitet, ist der Entropietransportstrom

$$\dot{S}_Q = \dot{Q}/T,$$

wobei T die (zeitlich konstante) thermodynamische Temperatur an der Stelle des Elektromotors bedeutet, an der \dot{Q} übergeht. Aus

$$\dot{S}_Q = \dot{Q}/T = -\dot{S}_{irr}$$

erhalten wir

$$\dot{Q} = -T \dot{S}_{irr} \leq 0.$$

Nach dem 2. Hauptsatz kann der Wärmestrom \dot{Q} nur abgeführt werden. Dies ist der Verlustwärmestrom

$$\dot{Q} = -|\dot{Q}_v| = -T \dot{S}_{irr},$$

der die im Elektromotor durch irreversible Prozesse erzeugte Entropie abtransportiert. Diese entsteht durch mechanische Reibung und Dissipation elektrischer Energie.

Der Verlustwärmestrom \dot{Q}_v bzw. der Entropieproduktionsstrom führt zu einer Verringerung der abgegebenen Wellenleistung

$$-P_W = P_{el} - |\dot{Q}_v| = P_{el} - T \dot{S}_{irr} .$$

Nur im Idealfall des reversibel arbeitenden Elektromotors stimmen abgegebene Wellenleistung und zugeführte elektrische Leistung überein. Man erfaßt die Verluste auch durch den Wirkungsgrad

$$\eta_{EM} := \frac{-P_W}{P_{el}} = \frac{P_{el} - |\dot{Q}_v|}{P_{el}} = 1 - \frac{|\dot{Q}_v|}{P_{el}} = 1 - \frac{T \dot{S}_{irr}}{P_{el}} \leq 1$$

des Elektromotors. Er weicht umso mehr vom Idealwert 1 ab, je größer der Entropieproduktionsstrom \dot{S}_{irr} ist. Die erzeugte Entropie ist also ein Maß für den Leistungsverlust, der durch irreversible Prozesse verursacht wird.

3.1.4 Die Irreversibilität des Wärmeübergangs und die thermodynamische Temperatur

Der irreversible Prozeß des Wärmeübergangs, den wir bei der Einstellung des thermischen Gleichgewichts in Abschnitt 1.4.1 behandelt haben, steht in enger Beziehung zum 2. Hauptsatz und seiner quantitativen Formulierung durch die Entropie und die thermodynamische Temperatur. Der Wärmeübergang gehört außerdem zu den Prozessen, die in den technischen Anwendungen der Thermodynamik häufig vorkommen und dort große Bedeutung haben. Wir wenden daher den 2. Hauptsatz zunächst auf die Einstellung des thermischen Gleichgewichts an mit dem Ziel, die Entropieproduktion dieses irreversiblen Prozesses zu berechnen, und um nachzuweisen, daß die durch den 2. Hauptsatz eingeführte Zustandsgröße T tatsächlich eine Temperatur ist. Danach gehen wir auf den technisch wichtigen Prozeß der Wärmeübertragung zwischen zwei strömenden Fluiden ein, die durch eine Wand getrennt sind, wie es in den Apparaten zur Wärmeübertragung, den *Wärmeübertragern* der Fall ist.

Wir betrachten den Wärmeübergang zwischen zwei geschlossenen Systemen A und B, die ein *adiabates* Gesamtsystem bilden, Abb. 3.4. Alle Arbeitskoordinaten der Systeme, z. B. ihre Volumina, seien konstant. Vereinfachend sei angenommen, daß beide Systeme je für sich homogen sind, daß also die Temperatur T_A im ganzen System A und die Temperatur T_B im ganzen System B räumlich konstant ist. Es gelte jedoch $T_A \neq T_B$. Auch wenn die beiden Systeme über die diatherme Wand Wärme aufnehmen oder abgeben, sollen dadurch im Inneren der Systeme keine Temperaturdifferenzen auftreten. Unter diesen Annahmen verhält sich jedes der beiden Systeme wie eine Phase und durchläuft für sich genommen einen innerlich reversiblen Prozeß. Der Prozeß des adiabaten Gesamtsystems ist aber irreversibel, denn Wärme wird zwischen Teilsystemen unterschiedlicher Temperatur übertragen.

Der Wärmestrom \dot{Q}_A , den das System A empfängt (oder abgibt), ist dem Betrag nach ebenso groß wie der Wärmestrom \dot{Q}_B , den das System B

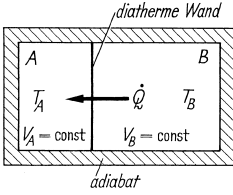


Abb. 3.4. Wärmeübergang zwischen zwei Systemen A und B, die ein adiabates Gesamtsystem bilden

abgibt (bzw. empfängt). Beide Wärmeströme haben aber entgegengesetzte Vorzeichen. Wir setzen daher

$$\dot{Q}(\tau) = \dot{Q}_A(\tau) = -\dot{Q}_B(\tau).$$

Für die Entropieänderung des adiabaten Gesamtsystems, bestehend aus den beiden Teilsystemen A und B, gilt

$$\frac{dS}{d\tau} = \frac{dS_A}{d\tau} + \frac{dS_B}{d\tau} = \dot{S}_{\text{irr}}(\tau) \geq 0.$$

Die Entropie $S = S_A + S_B$ nimmt so lange zu, bis sich das thermische Gleichgewicht als Endzustand des Temperatur-Ausgleichsprozesses eingestellt hat. Die Entropieproduktion hört dann auf, und S erreicht ein Maximum: $dS/d\tau = 0$.

Beim Berechnen der Entropieänderungen der beiden Teilsysteme beachten wir, daß sie als Phasen je für sich einen innerlich reversiblen Prozeß durchlaufen. Es ist also $\dot{S}_{\text{irr}}^A = 0$ und $\dot{S}_{\text{irr}}^B = 0$, so daß wir

$$\frac{dS_A}{d\tau} = \dot{S}_Q^A(\tau) = \frac{\dot{Q}_A}{T_A} = \frac{\dot{Q}}{T_A}$$

und

$$\frac{dS_B}{d\tau} = \dot{S}_Q^B(\tau) = \frac{\dot{Q}_B}{T_B} = -\frac{\dot{Q}}{T_B}$$

erhalten. Wächst die Entropie des einen Teilsystems als Folge des Entropietransports, so nimmt die Entropie des anderen Teilsystems ab, doch sind die Beträge der beiden Entropietransportströme wegen $T_A \neq T_B$ verschieden groß. Die Entropieänderung des adiabaten Gesamtsystems und damit die beim Wärmeübergang erzeugte Entropie wird

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \frac{dS}{d\tau} = \frac{\dot{Q}}{T_A} - \frac{\dot{Q}}{T_B} = \frac{T_B - T_A}{T_A T_B} \dot{Q} \geq 0. \quad (3.11)$$

Solange $\dot{S}_{\text{irr}} > 0$ ist, sind T_A und T_B verschieden; erst im thermischen Gleichgewicht, nämlich im Maximum der Entropie ($dS/d\tau = \dot{S}_{\text{irr}} = 0$) wird $T_A = T_B$. Damit hat die durch den 2. Hauptsatz eingeführte Zustandsgröße T

gerade die Eigenschaften, welche der in Abschnitt 1.4.1 gegebenen Definition der Temperatur zugrunde liegen. Wir haben also nachgewiesen, daß die in ganz anderer Weise, nämlich durch Gl.(3.1), eingeführte thermodynamische Temperatur tatsächlich eine Temperatur ist. Sie ist aber eine besondere Temperatur, die sich von den empirischen Temperaturen durch ihre Metrik, nämlich durch einen naturgesetzlich gegebenen Nullpunkt und durch die eindeutige Anordnung der Temperaturen unterscheidet. Hierfür ist die Richtung des Wärmeübergangs maßgebend. Nach dem 2. Hauptsatz ist \dot{S}_{irr} nicht negativ. Geht daher Wärme vom System B zum System A über ($\dot{Q} > 0$), so muß nach Gl.(3.11) $T_B > T_A$ gelten. Ist dagegen $T_B < T_A$, so muß \dot{Q} negativ werden, Wärme also vom System A an das System B übergehen. Wir haben damit aus dem 2. Hauptsatz hergeleitet:

Wärme geht stets von dem System mit der höheren *thermodynamischen* Temperatur auf das System mit der niedrigeren *thermodynamischen* Temperatur über.

Dieser Satz braucht für empirische Temperaturen nicht zuzutreffen. Sie könnten auch so definiert sein, daß Wärme in Richtung höherer *empirischer* Temperatur fließt. Die Anordnung thermodynamischer Temperaturen zeichnet sich dagegen dadurch aus, daß ein Wärmeübergang stets in Richtung fallender thermodynamischer Temperatur stattfindet.

In der Lehre von der Wärmeübertragung wird der zwischen den beiden Systemen von Abb. 3.4 übertragene Wärmestrom durch

$$\dot{Q} = k A (T_B - T_A) \quad (3.12)$$

mit der „treibenden“ Temperaturdifferenz ($T_B - T_A$) verknüpft, vgl. [3.6]. Dabei ist A die Fläche der Wand, durch die der Wärmestrom übertragen wird; k wird als der auf A bezogene Wärmedurchgangskoeffizient, das Produkt kA als Wärmedurchlässigkeit bezeichnet. Setzt man \dot{Q} nach Gl.(3.12) in Gl.(3.11) ein, so ergibt sich für den Entropieproduktionsstrom

$$\dot{S}_{\text{irr}} = k A \frac{(T_B - T_A)^2}{T_A T_B} . \quad (3.13)$$

Das Produkt der beiden thermodynamischen Temperaturen T_A und T_B ist ein Maß für die Höhe des Temperaturniveaus, auf dem sich der Wärmedurchgang abspielt. Dieses Niveau wird auch durch die Mitteltemperatur

$$T_{\text{AB}} := \sqrt{T_A T_B} ,$$

das geometrische Mittel aus T_A und T_B , gekennzeichnet. Wir erhalten damit für den Entropieproduktionsstrom

$$\frac{\dot{S}_{\text{irr}}}{k A} = \left(\frac{T_B - T_A}{T_{\text{AB}}} \right)^2 .$$

Er wird bestimmt durch das Verhältnis von treibender Temperaturdifferenz ($T_B - T_A$) zur Höhe des Temperaturniveaus, gekennzeichnet durch die Mitteltemperatur T_{AB} . Nicht nur die Größe der Temperaturdifferenz, auch die Höhe des Temperaturniveaus beeinflusst die Irreversibilität des Wärmeübergangs. Bei gleich großer Temperaturdifferenz wird umso mehr Entropie erzeugt, je niedriger die Temperaturen der Systeme sind, zwischen denen die Wärme übergeht.

Der *reversible Wärmeübergang* ist durch einen verschwindend kleinen Entropieproduktionsstrom $\dot{S}_{\text{irr}} \rightarrow 0$ gegeben. Man kommt dieser Forderung nahe, indem man sehr kleine Temperaturdifferenzen anstrebt. Dann wird zwar der übertragene Wärmestrom sehr klein, doch \dot{S}_{irr} geht mit verschwindender Temperaturdifferenz noch schneller, nämlich *quadratisch* gegen null, während \dot{Q} nur *linear* gegen null geht.

Der durch den instationären Wärmeübergang zwischen zwei geschlossenen Systemen verursachte Entropieproduktionsstrom \dot{S}_{irr} ergibt sich in formal gleicher Weise für den technisch wichtigeren Fall, daß ein Wärmestrom zwischen zwei stationär strömenden Fluiden übertragen wird, die durch eine diatherme Wand getrennt sind. Dies ist besonders bei den Wärmeübertragern der Fall, auf die wir in Abschnitt 6.3 eingehen werden. Abbildung 3.5 zeigt den Abschnitt eines Wärmeübertragers, in dem der Wärmestrom $d\dot{Q}$ vom Fluid B auf das Fluid A übertragen wird. Der Temperaturverlauf an dieser Stelle des Wärmeübertragers ist in Abb. 3.6 schematisch dargestellt. Zu beiden Seiten der Trennwand bildet sich in den strömenden Fluiden eine dünne *Grenzschicht* aus, in der sich die Temperatur mit steilem Gradienten zwischen der Wandtemperatur und der Fluidtemperatur in größerem Abstand von der Wand ändert. Den komplizierten Temperaturverlauf in den beiden Fluiden ersetzen wir durch die jeweiligen Querschnittsmittelwerte T_A und T_B . Dies sind die maßgebenden Temperaturen für die Berechnung des übertragenen

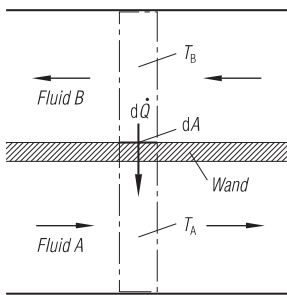


Abb. 3.5. Abschnitt eines Wärmeübertragers. Durch das Flächenelement dA wird vom Fluid B der Wärmestrom $d\dot{Q}$ an das Fluid A übertragen

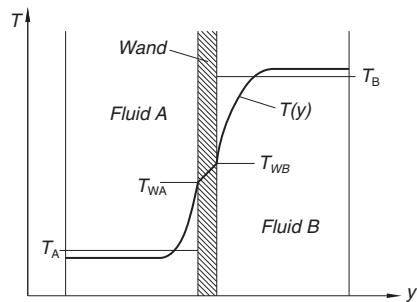


Abb. 3.6. Temperaturverlauf $T = T(y)$ in den Fluiden A und B in Abhängigkeit von der Koordinate y senkrecht zum Flächenelement dA in Abb. 3.5